# *ESERCITAZIONE 1 DEL 20-3-2013*

Esprimere in termini dimensionali l'unità di misura della capacità termica massica o calore specifico nel Sistema Internazionale.

La capacità termica massica, usualmente indicata semplicemente come calore specifico, è una proprietà di ciascun materiale e rappresenta la quantità di calore da fornire alla massa unitaria per innalzare la sua temperatura di un grado:

$$\textit{capacità termica massica} = \frac{\textit{calore}}{\textit{massa} \cdot \textit{diff. di temperatura}}$$

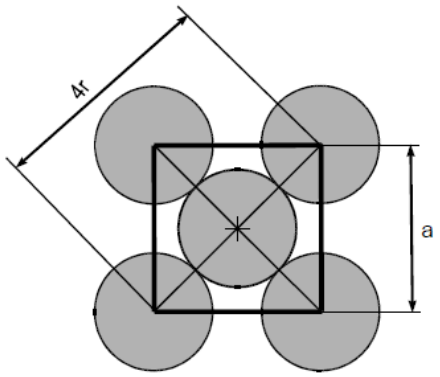
ovvero, tenendo conto che il calore non è altro che una forma di energia:

$$\begin{aligned} \textit{capacità termica massica} &= \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} = \\ &= \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{K}} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^0 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{A}^0 \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^0 \cdot \mathrm{cd}^0 \end{aligned}$$

## ESERCIZIO 2

Il nichel ha una cella $c.f.c.$ ed ha una costante reticolare di $0.3524\,\mathrm{nm}$. Calcolare il valore del raggio atomico in nanometri.

Nel caso del reticolo cubico a facce centrate gli atomi sono disposti ai vertici della cella elementare cubica ed al centro di ogni faccia. In questo caso, quindi, gli atomi sono tangenti l'uno all'altro lungo la diagonale di una faccia ed il suo valore risulta essere uguale a quattro volte il raggio dell'atomo.



In figura è riportata solo una faccia del reticolo $c.f.c.$ Indicando con $a$ il valore della costante reticolare e con $r$ il raggio dell'atomo, deve essere verificata la relazione:

$$4 \cdot r = \sqrt{2} \cdot a$$

Da questa equazione si può ricavare il valore del raggio in funzione della costante reticolare:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a$$

Sostituendo i dati dell'esercizio si ottiene il raggio atomico del nichel:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 0.3524 = 0.1246\,\mathrm{nm}$$

## ESERCIZIO 3

La cella unitaria dello zinco è esagonale compatta, ha una altezza pari a $0.4947\,\mathrm{nm}$ e il lato della base di $0.2665\,\mathrm{nm}$.

a) Quanti atomi sono presenti per cella unitaria?

b) Qual è il volume della cella unitaria?

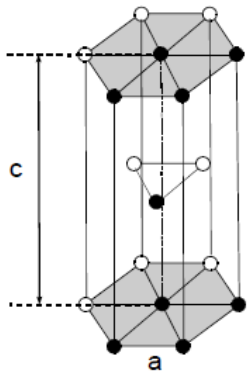
c) Qual è la densità dello zinco?

### Quesito a

La cella elementare del reticolo esagonale compatto è formata da 3 atomi nel piano intermedio, più $2 \cdot 6 \cdot \frac{1}{6}$ atomi ai vertici degli esagoni sui piani inferiori e superiori della cella, più $2 \cdot \frac{1}{2}$ atomi al centro del piano superiore e di quello inferiore, per un totale di 6 atomi.

Quesito b

Per conoscere il volume della cella unitaria è necessario calcolare l'area dell'esagono di base, costituito da sei triangoli equilateri di lato pari alla costante reticolare $a$ come indicato in figura.




Considerando un singolo triangolo equilatero, l'altezza $h$ risulta essere:

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

L'area dell'esagono regolare, che costituisce la base della cella, è:

$$area\ esagono = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

Il volume della cella coincide con il volume di un prisma a base esagonale, per cui:

$$V_{cella} = area\ esagono \cdot altezza$$

ovvero, indicando con $c$ l'altezza della cella, si ha anche:

$$V_{cella} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot c$$

Se si sostituiscono i dati dell'esercizio si ha:

$$V_{cella} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \left(0.2665 \cdot 10^{-9}\right)^2 \cdot 0.4947 \cdot 10^{-9} = 9.128 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{m}^3$$

Quesito c

La massa volumica o densità è data dal rapporto tra la massa degli atomi appartenenti alla cella ed il volume della cella stessa. Tale valore deve essere espresso in

chilogrammi per metro cubo. Si calcola, quindi, dapprima la massa degli atomi, tenendo conto che lo zinco ha peso atomico pari a 65.380, come si evince dalla tab. A.1, e che 1 mol di zinco contiene un numero di atomi $N_A$ (numero di Avogadro, rif. tab. A.9), per cui la massa dei 6 atomi di zinco è:

$$m_{atomi} = \frac{6 \cdot 65.380 \cdot 10^{-3}}{6.022 \cdot 10^{23}} = 6.514 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg}$$

Il calcolo della massa volumica è, poi, possibile utilizzando il valore del volume della cella, precedentemente calcolato:

$$\rho = \frac{m_{atomi}}{V_{cella}} = \frac{6.514 \cdot 10^{-25}}{9.128 \cdot 10^{-29}} = 7136\,\mathrm{kg/m^3}$$

Utilizzando per il calcolo del volume della cella elementare la formula compatta in funzione del raggio atomico (rif. cap. 1.7.3)[1] e ricordando che $r = a/2$ per il reticolo esagonale compatto, si ha:

$$V_{cella} = 24 \cdot \sqrt{2} \cdot r^3 = 24 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = 8.167 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m^3}$$

commettendo, in tal modo, un errore di circa il 10%, dovuto al fatto che il rapporto $c/a$ vale 1.633 solo nel caso ideale di atomi sferici, nella realtà tale rapporto oscilla fra 1.567 e 1.886.

## ESERCIZIO 4

Determinare il valore della sollecitazione convenzionale agente su di una barretta cilindrica avente un diametro di 3 mm sottoposta ad una forza di trazione di 1000 N.

La sollecitazione che agisce sul provino è data dal rapporto tra la forza $F$ e la sezione del provino $S_0$:

$$\sigma = \frac{F}{S_0} = \frac{1000}{\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 141.5\,\mathrm{N/mm^2} = 141.5\,\mathrm{MPa}$$

## ESERCIZIO 5

***Esercizio 4.*** Un carico di trazione viene applicato ad una barra cilindrica di ottone (lega 70% Cu – 30% Zn) di diametro 10mm. Determinare la grandezza del carico richiesto per produrre una variazione di 2.5·10-3mm del diametro del provino, considerando la deformazione completamente elastica. (Dati: E = 105 MPa, ν=0.35)

$$\nu = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \rightarrow \varepsilon_x = -\frac{\varepsilon_z}{\nu} = 7.1 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma = \varepsilon_x E = 71 MPa$$

$$A_0 = \pi \left( \frac{d}{2} \right)^4 = 78.5 mm^2 = 78.5 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$F = \sigma A_0 = 71 \cdot 10^6 Pa \cdot 78.5 \cdot 10^{-6} m^2 = 5573 N.$$